REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION ❖❖❖ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** ❖❖❖ **SESSION DE JUIN 2006**	**SESSION DE CONTROLE** **SECTIONS : SCIENCES EXP. + TECHNIQUE** **EPREUVE : MATHEMATIQUES** **DUREE : 3 heures** **COEFFICIENT : 3**

EXERCICE 1 (5 points)

Soit α un réel de l'intervalle $[0, \pi]$.

I – 1) Vérifier que : $e^{2i\alpha} - 2\,i\,e^{i\alpha}\sin\alpha = 1$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\,e^{i\alpha}z + 2\,i\,e^{i\alpha}\sin\alpha = 0$

II – Le plan $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points M, M' et M'' d'affixes respectives $e^{i\alpha}$; $e^{i\alpha} - 1$ et $e^{i\alpha} + 1$.

1) a) Montrer que M est le milieu du segment [M'M''] et que $\overrightarrow{MM'} = -\vec{u}$.

b) Placer dans le plan $\mathscr{P}$, le point M dans le cas où α appartient à $\left]0, \frac{\pi}{6}\right[$ et construire alors les points M' et M''.

2) a) Montrer que OM = $\frac{1}{2}$ M'M'' et en déduire que OM'M'' est un triangle rectangle.

b) Déterminer α pour que le triangle OM'M'' soit isocèle.

EXERCICE 2 (5 points)

On dispose d'un dé cubique parfait dont les faces portent les nombres –1, 0, 0, 1, 1, 2.

I – On lance ce dé deux fois de suite. On désigne par a le nombre apparu sur la face supérieure au premier lancer et par b le nombre apparu sur la face supérieure au deuxième lancer.

1) Déterminer la probabilité de chacun des événements :

A : « Obtenir une somme (a + b) nulle »
B : « Obtenir un produit (ab) non nul ».

2) Sachant que le produit des deux nombres apparus est non nul, quelle est la probabilité pour que leur somme soit nulle ?

II – Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On lance le dé n fois de suite et on désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de fois où le nombre 1 est apparu, sur la face supérieure, au bout de ces n lancers.

1) Déterminer en fonction de n la probabilité p_n de l'événement (X = 2).

2) Soit q_n la probabilité de l'événement ($X \geq 1$)

a) Calculer q_n en fonction de n puis déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} q_n$.

b) Quel est le nombre minimum de lancers qu'il faut pour que l'on ait $q_n \geq 0{,}99$?

PROBLEME (10 points)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On désigne par : g la restriction de f à l'intervalle $]0, +\infty[$
h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 0]$

1) On donne $g(x) = x(1 - \text{Log}\, x)$ pour tout x appartenant à $]0, +\infty[$

a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$. Que peut-on dire de la branche infinie de $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$?

c) Dresser le tableau de variation de g.
d) Résoudre dans $]0, +\infty[$ l'équation $g(x) = 0$.

2) On suppose que h vérifie les conditions suivantes :
- h est dérivable sur $]-\infty, 0]$.
- Le tableau de variation de h est le suivant :

x	$-\infty$		0
$h'(x)$		$+$	1
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(h(x) - 2x\right) = 0$
- Pour tout x appartenant à $]-\infty, 0]$ on a : $2x \leqslant h(x) \leqslant x$

a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty, 0]$ sur un intervalle que l'on précisera.

b) Pour tout entier naturel non nul n, on pose $U_n = h^{-1}\left(-\frac{1}{n}\right)$ où h^{-1} désigne la fonction réciproque de h.
Montrer que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergente.

3) a) Montrer que f est continue en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 .
c) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4) a) Montrer que $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $-\infty$, une asymptote dont on donnera une équation cartésienne .
b) Tracer $\mathscr{C}$ en précisant les demi-tangentes au point O.

5) Calculer la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.