REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
ET DE LA FORMATION

EXAMEN
DU BACCALAUREAT

SESSION DE JUIN 2005

SESSION PRINCIPALE

SECTION : SPORT
EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures COEFFICIENT : 1

EXERCICE 1 : (7 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2} u_n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a – Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \leq 2$.
b – Montrer que la suite (u_n) est croissante.
c – En déduire que la suite (u_n) est convergente.

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 2 - u_n$
a – Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et préciser son premier terme v_0.
b – Exprimer v_n en fonction de n.
c – En déduire u_n en fonction de n.

EXERCICE 2 : (5 points)

Un magasin propose dix survêtements de taille standard : 5 bleus, 3 noirs et 2 jaunes.

Un client vient acheter trois survêtements sans préciser de couleur particulière. Le vendeur prend simultanément et au hasard trois survêtements du stock.

1) Déterminer le nombre de choix possibles.
2) Déterminer les probabilités des événements suivants :
A : « Avoir trois survêtements de couleurs différentes deux à deux. »
B : « Avoir trois survêtements de même couleur »
3) On désigne par X l'aléa numérique qui, à chaque tirage de trois survêtements, associe le nombre de survêtements noirs.
a – Déterminer la loi de probabilité de X.
b – Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.

PROBLEME : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $f(x) = x + \text{Log}(x+1)$, on désigne par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a – Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b – Montrer que, pour tout $x > -1$, on a $f'(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ et en déduire que $f'(x) > 0$.

   c – Dresser le tableau de variation de f.

2) a – Calculer f(0) et f'(0).

   b – Vérifier qu'une équation cartésienne de la tangente T à ($\mathscr{C}$) au point O est y = 2 x.

3) Soit φ la fonction définie sur $]-1, +\infty[$, par $\varphi(x) = f(x) - 2x$.

   a – Montrer que pour tout $x > -1$, on a $\varphi'(x) = -\dfrac{x}{x+1}$.

   b – Déterminer le signe de $\varphi'(x)$ pour $x > -1$.

   c – Calculer $\varphi(0)$ et en déduire le signe de $\varphi(x)$ pour $x > -1$.

   d – Préciser la position relative de la courbe ($\mathscr{C}$) et de la droite T.

4) Montrer que ($\mathscr{C}$) admet une branche parabolique de direction la droite d'équation y = x .

5) Construire ($\mathscr{C}$) et T.