REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
ET DE LA FORMATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE JUIN 2005

SESSION DE CONTROLE

SECTION : SPORT
EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures COEFFICIENT : 1

EXERCICE 1 : (7 points)

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de deuxième terme $u_1 = 2$.

1) a – Calculer la raison de la suite (u_n)
b – Exprimer alors u_n en fonction de n.

2) On pose $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1}$ pour $n \geqslant 1$.
a – Exprimer S_n en fonction de n.

b – Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

3) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{2}{3} v_n + \dfrac{1}{3} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a – Calculer v_1 et v_2
b – En déduire que la suite (v_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

4) On pose $T_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$ pour $n \geqslant 1$.
a – Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = u_n+1$
b – Montrer alors que $T_n = S_n + n$.
c – En déduire l'expression de T_n en fonction de n.

EXERCICE 2 : (5 points)

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : trois portent le numéro 1 et deux portent le numéro 2.

On tire successivement **avec remise** deux boules de l'urne.

1) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « obtenir deux boules portant le numéro 1 »
B : « obtenir deux boules portant le même numéro »

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage associe la somme des numéros inscrits sur les deux boules tirées.
a – Préciser l'ensemble des valeurs prises par X.
b – Déterminer la loi de probabilité de X.
c – Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.

PROBLEME : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)e^x$.

On désigne par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

2) a – Montrer que, pour tout réel x, on a $f'(x) = -x\,e^x$.
   b – Dresser le tableau de variation de f.

3) a – Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.

   b – Préciser les coordonnées du point I d'intersection de ($\mathscr{C}$) avec l'axe des abscisses.
   c – Montrer qu une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe ($\mathscr{C}$) au point I est $y = e(1 - x)$

4) Tracer (T) et ($\mathscr{C}$).

5) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (2 - x)\,e^x$.
   a – Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   b – Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.