REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION
ET DE LA FORMATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE JUIN 2005

SESSION PRINCIPALE

SECTIONS : SCIENCES EX . + TECHNIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 h **COEFFICIENT :** 3

EXERCICE 1 (6 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne les points A(1,1,1) ; B(3,1,0) et C(-1 , 0,1).

1) a – Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b – Soit P le plan déterminé par les points A, B et C. Vérifier qu'une équation cartésienne de P est :
$$x - 2y + 2z - 1 = 0$$

c - Soit Q le plan dont une équation cartésienne est $2x + y + 2z + 1 = 0$.
Montrer que les plans P et Q sont sécants.

2) Soit t un réel et le point $I_t(1, -1, t)$.

a – Vérifier que la distance du point I_t au plan P est égale à la distance du point I_t au plan Q.

b – Montrer que, si $t = -1$, alors le point I_t appartient à P et Q.

c – Montrer que, si $t \neq -1$, alors il existe une sphère S_t de centre I_t et tangente à la fois aux plans P et Q. Quel est son rayon en fonction de t ?

3) Soit $t = 2$. Déterminer les coordonnées du point H de contact de la sphère S_2 avec le plan Q.

EXERCICE 2 (4 points)

Le tableau suivant donne la distance de freinage d(en mètres) d'une voiture, en fonction de sa vitesse v (en kilomètres par heure)

v (km/h)	30	40	50	60	70	80
d(mètres)	42	60	80	90	95	110

- On note $\overline{v}$ et $\overline{d}$ les moyennes respectives de v et d.
- On note V(v) et V(d) les variances respectives de v et d.
- On note cov (v,d) la covariance de v et d

1) Calculer $\overline{v}$, $\overline{d}$, V(v), V(d) et Cov(v,d).
2) a – Calculer le coefficient de corrélation entre v et d.
b – Y-a-t-il forte corrélation entre v et d ? Justifier.
3) Soit Δ la droite de régression de d en v.
On considère qu'une équation cartésienne de Δ est : $d = 1{,}3\,v + 8$
Calculer la distance de freinage lorsque la voiture roule à 100 km/h.
4) La vitesse de la voiture est de 140 km/h, lorsque le conducteur, roulant suivant une ligne droite, aperçoit un obstacle situé à une distance de 200 mètres.
Pourrait-il alors éviter cet obstacle sachant qu'il met une seconde pour appuyer sur les freins ?

PROBLEME (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$ et ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 4 cm).

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

2) a – Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $-2e^{-x} + 1 > 0$

b – Dresser le tableau de variation de f.

c – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ exactement deux solutions dont l'une est nulle ; on notera α l'autre solution et on vérifiera que : $1{,}5 < \alpha < 1{,}6$.

3) a – Montrer que la courbe ($\mathscr{C}$) admet une asymptote oblique Δ d'équation $y = x - 2$ au voisinage de ($+\infty$).

b – Préciser la nature de la branche infinie de la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage de ($-\infty$).

4) a – Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe ($\mathscr{C}$) à l'origine O.

b – Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^{-x} + 2x - 2$. Etudier le sens de variation de g et déduire le signe de $g(x)$.

c – En déduire la position de $\mathscr{C}$ par rapport à T.

5) Tracer Δ, T et $\mathscr{C}$.

6) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\,\mathrm{Log}\,2, +\infty[$ et h^{-1} la fonction réciproque de h.

a – Dresser le tableau de variation de h^{-1}.

b – Tracer la courbe de h^{-1} dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

7) Soit $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ($\mathscr{C}$) et les droites d'équations respectives $x = \alpha$, $x = 0$ et $y = 0$. Montrer que $\mathscr{A} = (16\alpha - 8\alpha^2)$ cm^2.