Corrigé de l'exercice 2 (physique)

Commentaires

Exercice II : Circuit RLC

Exercice en deux parties A et B pratiquement indépendantes.

Partie A (2,75 points) : Etude des oscillations pseudo-périodiques d'un circuit RLC

-1- Savoir mis en jeu : Charge d'un condensateur, Energie d'un condensateur

On applique directement les expressions correspondantes : $Q=C.E$ et $W= \frac{1}{2} C.E^2$

-2- Le cours est ici largement rappelé, l'équation différentielle est donnée ainsi que l'expression de la pulsation propre; cela facilite énormément la résolution.

-a- Mots importants : **facteur d'amortissement**

Réécrire l'équation différentielle donnée en remplaçant r par 0 ; on obtient celle de l'oscillateur non amorti.

-b- On donne directement l'égalité ($5T= \pi.10^{-3}$s).

<u>**Attention**</u> : l'expression « valeur moyenne » peut laisser croire que la pseudo-période d'un tel oscillateur est variable au cours de la décharge ; on sait qu'il n'en est rien.

-c- L'expression de la pulsation propre étant donnée, ce calcul direct ne pose aucune difficulté particulière .

-d- L'intérêt de cette question réside dans le petit raisonnement que l'on effectue pour y répondre. En effet :

$i(t)=0$ quand $u_{AB}(t)$ est maximale ; l'énergie totale $E(t)= \frac{1}{2}C.u_{AB}^2 + \frac{1}{2}Li^2$ d'où la solution :

$\Delta E= \frac{1}{2}C\left[u_{AB}^2(0)-u_{AB}^2(5T)\right]$

Partie B (5,25points) : Oscillations forcées et résonance d'un circuit RLC

On relève dans cet exercice la notation inhabituelle de la fréquence (f au lieu de N) ainsi que l'appellation « inductance propre » qui veut dire inductance tout court.

-1- Il s'agit de compléter, sans aucun commentaire, le schéma proposé qui reproduit la situation habituelle vue en cours.

-2- C'est encore une question de cours sans difficultés particulières ; il faut prendre en compte la résistance totale (R+r) .

-3-a- Savoir mis en jeu : Quand $u(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase l'oscillateur est en résonance ; c'est-à-dire : $u(t)=(R+r).\ i(t)$ et $u_R(t)=R.i(t)$ à chaque instant.

On peut écrire les relations qui en découlent pour les amplitudes : $Um = (R+r)Im$ et $U_{Rm} = R\ Im$.

La réponse est évidente ; en faisant le rapport des amplitudes (lues sur les oscillogrammes) on répond à la question suivante.

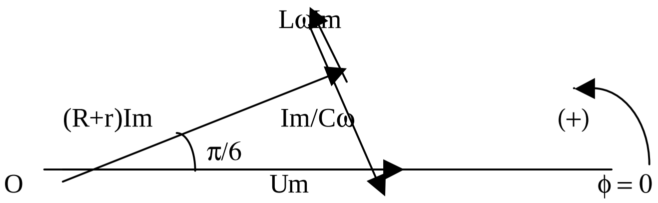
-b- Pour pouvoir raisonner dans la suite du problème il faut calculer la valeur de la fréquence propre du circuit oscillant. On doit trouver : No= 1591,55Hz.

- (a)- On peut répondre de deux façons différentes ; le circuit oscillant est capacitif:

  *Si N<No ;

  *Si u(t) est en retard par rapport à i(t)

- (b)- On réalise la construction de Fresnel en prenant comme référence la phase de u(t) qui est nulle ; le vecteur d'amplitude (R+r)Im est alors en avance de phase de (π/6)



Dans le triangle rectangle ainsi mis en évidence on peut écrire la relation :

tg (π/6) = (1/Cω − Lω)/(R+r)

On peut alors en déduire le résultat demandé .

- (g)- On a deux relations pour deux inconnues (R et r) ; l'une donnée en (3°-a) et l'autre démontrée dans la question précédente ; la résolution du système à deux inconnues est immédiate.

-(c)- Savoir mis en jeu : Définition du facteur de qualité Q
Appliquer l'une des expressions donnant cette grandeur ; elles aboutissent toutes à celle-ci :

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{R+r} = \frac{2pfoL}{R+r} = \frac{1}{2pf_0c}\,\frac{1}{R+r}$$

Corrigé

Exercice II (8 POINTS)

PARTIE A

1) $Q_o = CE = 10^{-5}$ C et $W_o = \frac{1}{2}CE^2 = 5.\ 10^{-5}$ J.

2)

a- Le facteur d'amortissement est r ,si on l'élimine l'équation devient

$$\frac{d^2u_{AB}(t)}{dt^2} + \omega_0^2\ u_{AB}(t) = 0$$

b- $5.T = \pi\ .\ 10^{-3}$ s $\Rightarrow T = 2\pi.10^{-4}$ s $= 6{,}28.\ 10^{-4}$ s

c- $\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$ (T_0 étant la période propre de l'oscillateur.)

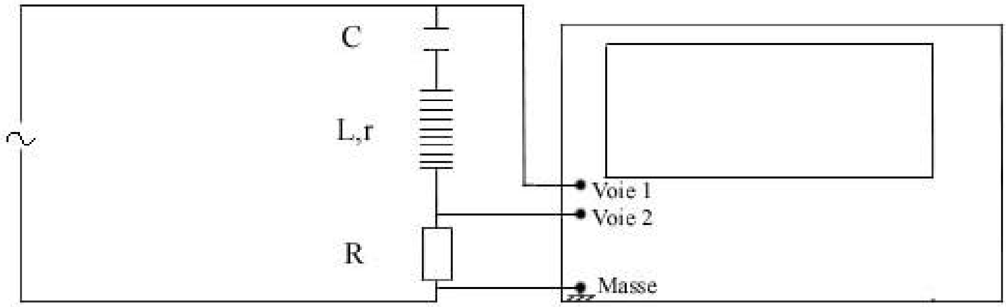
d- Puisqu'on confond T_o avec T donc $L = 10^{-2}$ H

$|\Delta W| = W_0 - W(t) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}C\ u_{AB}^2(t) = 3{,}96.\ 10^{-5}$ J

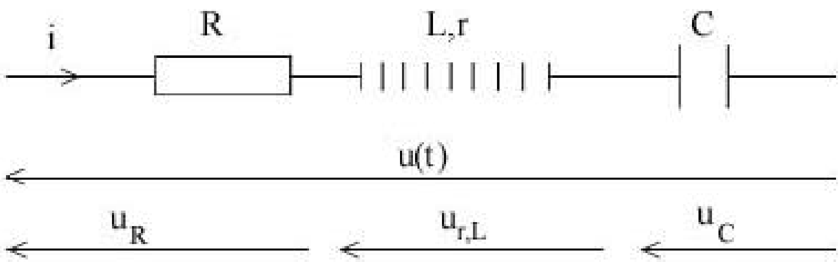
PARTIE B

1)

a-



b-



2) (suite)

$$u(t) = u_R + u_{r,L} + u_c$$
$$= Ri + r\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

3)

a- a. La tension maximale aux bornes de tout le circuit est $U_m = Z\,I_m$ (I_m étant l'intensité maximale)

$(U_R)_m = RI_m$

Z est toujours supérieure à R (la résistance de la bobine est non nulle) :

$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{c\omega})^2} = R + r$ dans le cas de l'expérience n°1.

$\Rightarrow U_m > (U_R)_m \Rightarrow$ le signal d'amplitude 4,5 V correspond à u (t).

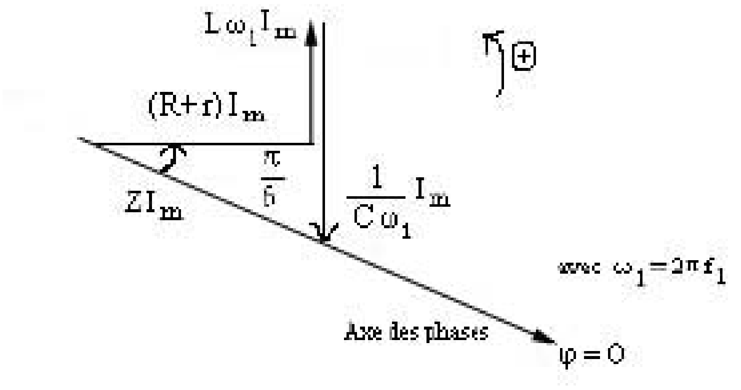
b.

$$\left.\begin{aligned} U_m &= (R+r)I_m \\ U_{R_m} &= R\,I_m \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{R}{R+r} = \frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}$$

b-a. $\varphi_u - \varphi_i = -\pi/6 \Rightarrow tg(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R+r} < 0$

donc $\dfrac{1}{C\omega} > L\omega$ le circuit est capacitif.

b.



$$tg\ p/6 = \frac{\dfrac{1}{Cw_1} - Lw_1}{R+r} \Rightarrow R + r = \left(\frac{1}{2pf_1 C} - 2pf_1 L\right) Cotg\ \frac{p}{6}$$

$$R + r = \sqrt{3}\left(\frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L\right)$$

g Compte tenu de la relation $\dfrac{R}{R+r} = \dfrac{2}{3}$ on trouve

$$R = \frac{2\sqrt{3}}{3}\left(\frac{1}{2\pi f_1 C} - 2\pi f_1 L\right) = 10\Omega$$

et r = 5 Ω

c- $Q = \dfrac{2\pi Lfo}{R+r} = \dfrac{L\omega_0}{R+r} = 6{,}7$