Corrigé de l'exercice 2 (physique)

Commentaires

Partie II : Circuit RLC

Ce problème comporte deux parties (I) et (II) : en (I) on étudie les oscillations libres amorties d'un circuit (RLC); en (II) on étudie les oscillations forcées du même oscillateur.

I-1- Mots importants : **continu**

Savoir mis en jeu : Charge d'un condensateur par un générateur de courant continu ; signe des charges sur chaque armature.

Appliquer la formule $Q_o = C.U_o$

Il faut se rappeler que l'armature (A) reliée au pôle positif du générateur va porter des charges positives.

-2-(a)- Mots importants : **pseudo période confondue avec période propre .**

Savoir mis en jeu : Expression de la période propre d'un oscillateur électrique non amorti $T_o= 2\pi(LC)^{1/2}$

Savoir mis en jeu : conditions de résonance d'intensité; expression de la pulsation propre.

A la résonance d'intensité on a : $L?_0 = 1/C?_0$ d'où $Lc?_0^2 = 1$avec $?_0 = 2?N_o$.

(b)- Mots importants : **diminution de l'amplitude.**

Pour tracer correctement l'allure des variations de q(t) :

- représenter les points de passage par zéro de la fonction et qui sont équidistants (T/2)
- prendre $q(0) = Q_o$ et tracer à partir de ce point la courbe enveloppe exponentielle qui tend asymptotiquement vers zéro
- tracer l'enveloppe symétrique par rapport à l'axe du temps
- tracer enfin entre les deux enveloppes la courbe représentative de q(t) qui est tangente aux deux enveloppes.

-3- Mots importants : **loi des mailles, armature (A)**

Savoir mis en jeu : tension aux bornes d'un condensateur en fonction de la charge : u = q/C ; loi d'Ohm aux bornes d'une bobine parcourue par un courant i(t) : u(t) = Ri + L di/dt ; i = dq/dt

Dans cette maille, où il n'y a pas de générateur, la somme des tensions aux bornes des dipôles en série est égale à zéro ; d'où l'équation différentielle cherchée.

-4-(a)- Question de cours : Ee et Em désignent respectivement l'énergie électrostatique et magnétique emmagasinées à chaque instant.

-(b)- Savoir mis en jeu : Energie totale E = Ee + Em.

Le calcul de (dE/dt) combiné à l'équation différentielle établie au (3°) permet de faire la démonstration.

(dE/dt)<0 ==> E est une fonction décroissante du temps : la diminution de l'amplitude des oscillations est donc due à la dissipation de l'énergie par effet Joule (terme Ri^2).

II-1- Dans cette maille il y a maintenant un générateur (voir 3°) et l'équation différentielle a un second membre (u) dont il faut tenir compte.

-2- Savoir mis en jeu : A la résonance u = Ri.

On reprend la même démonstration qu'en (4°-b-) où apparaît le terme u. A la résonance u = R i et dE/dt = 0.

On en déduit que E = constante. L'amplitude de la charge est alors constante ainsi que celle de i(t). On peut écrire $E= L.I_m^2/2$ avec $I_m = U_m/R$; il ne reste plus qu'à faire le calcul.

-3- Il s'agît ici de remonter de l'expression de u(t) qui est donnée dans l'énoncé à celle de q(t) qui est demandée.

A la résonance u = R i et i = dq/dt. Il suffit de calculer i(t) , de chercher sa primitive et de calculer les paramètres de l'équation horaire.

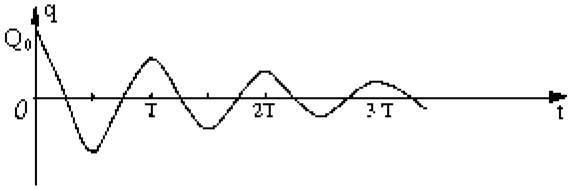
Corrigé

PARTIE I

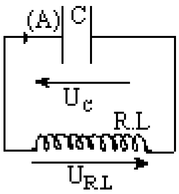
1) $Q_0 = CU_0 = 25.10^{-4}$ C.

2)

a- $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 1{,}57.10^{-2}$ s.



b-



3)

Loi des mailles :

$u_c + u_{(R,L)} = 0 \Rightarrow$ ou encore $\dfrac{q}{C} + R\dfrac{dq}{dt} + L\dfrac{d^2q}{dt^2} = 0$

4)

a- $E_e = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$. $E_m = \dfrac{1}{2}Li^2$

b- $E = E_e + E_m = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} + \dfrac{1}{2}Li^2$

$\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{q}{C}\dfrac{dq}{dt} + Li\dfrac{di}{dt}$ or $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{d^2q}{dt^2}$

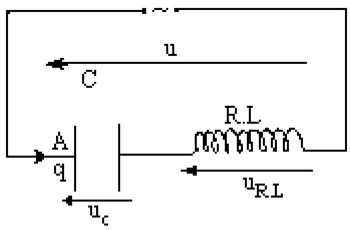
donc $\dfrac{dE}{dt} = i\left[\dfrac{q}{C} + L\dfrac{d^2q}{dt^2}\right]$; d'après l'équation différentielle $\dfrac{q}{C} + L\dfrac{d^2q}{dt^2} = -R\dfrac{dq}{dt} = -Ri$.

$\Rightarrow \dfrac{dE}{dt} = i(-Ri) = -Ri^2$

$\dfrac{dE}{dt} < 0 \Rightarrow$ E diminue au cours du temps entraînant une diminution de l'amplitude des oscillations libres du système (toutes les grandeurs oscillantes q, i, u_c, $u_{R,L}$ voient leur amplitude diminuer au cours du temps).

PARTIE II

1)



$u = u_c + u_{R,L} = \dfrac{q}{C} + R\dfrac{dq}{dt} + L\dfrac{d^2q}{dt^2}$

2) $E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} + \dfrac{1}{2}Li^2$

$\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{q}{C}\dfrac{dq}{dt} + Li\dfrac{di}{dt} = [\dfrac{q}{C} + L\dfrac{d^2q}{dt^2}].i$

or d'après l'équation différentielle :

$\dfrac{q}{C} + L\dfrac{d^2q}{dt^2} = u - R\dfrac{dq}{dt} = u - Ri$

donc $\dfrac{dE}{dt} = ui - Ri^2$

A la résonance d'intensité u = Ri $\Rightarrow \dfrac{dE}{dt} = 0$

$\Rightarrow$ E est constante.

Par ailleurs $E = \dfrac{1}{2}L\,I^2_{max} = \dfrac{1}{2}L\dfrac{U^2_{max}}{R^2} = 4{,}5.10^{-2}$ J.

3) $i = \dfrac{u}{R} = \dfrac{U_{max}}{R}\sin 2\pi N_0 t$. (à la résonance $N = N_0 = \dfrac{1}{T_0}$ fréquence propre de l'oscillateur) comme

$i = \dfrac{dq}{dt}$ alors $q = -\dfrac{U_{max}}{2\pi N_0 R}\cos 2\pi N_0 t$ +constante. (on prendra l’origine des temps telle que constante = 0)

$q = \dfrac{U_{max}}{2\pi N_0 R}\sin(2\pi N_0 t - \dfrac{\pi}{2}) = 1{,}5.10^{-3}\sin(400t - \dfrac{\pi}{2})$