Corrigé de l'exercice 2

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}.$$

1) a) $u_1 = 2u_0 + 1$

$= 2 \quad 1 + 1$

$u_1 = 3$

$u_2 = 2u_1 + 1$

$= 2 \quad 3 + 1$

$u_2 = 7$

$u_1 - u_0 = 3 - 1$

$= 2$

$u_2 - u_1 = 7 - 3$

$= 4$

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{3}{1}$

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{7}{3}$

b) $u_1 - u_0 \quad u_2 - u_1$ donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

$\frac{u_1}{u_0} \quad \frac{u_2}{u_1}$ donc (u_n) n'est pas une suite géométrique.

Commentaires :

Si on a trouvé $u_1 - u_0 = u_2 - u_1$ on ne peut pas affirmer que (u_n) est une suite arithmétique par ce que l'égalité doit être prouvée pour tous les termes : $u_{n+1} - u_n = u_n - u_{n-1}$ et pas seulement u_0 $u_1$et u_2

2) a) $v_0 = u_0 + 1$

$= 2.$

b) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1$

$= 2u_n + 1 + 1$

$= 2u_n + 2$

$= 2(u_n + 1)$

$= 2v_n$

$v_{n+1} = 2v_n$ pour tout $n \quad$ IN.

donc (v_n) est une suite géométrique de raison 2.

c) $v_5 = v_0 . q^5$

$= 2 \quad 2^5$

$= 2^6$

$u_5 = v_5 - 1$

$= 2^6 - 1.$