

# Corrigé (Mathématiques)

Section : Sciences de l'Informatique

Session de contrôle 2008

## Exercice 1 :

✓ **Contenu :** Nombres complexes

✓ **Aptitudes visées :** Déterminer le module d'un nombre complexe, résoudre une équation du second degré à coefficients complexes.

1)a)  $OA = OB = \sqrt{2} \Rightarrow OAB$  est isocèle rectangle en A.

b) Pour que OABC soit un carré il suffit que  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow z_{\overrightarrow{OB}} = z_{\overrightarrow{AC}} \Leftrightarrow -1 + i = z_C - (1 + i) \Leftrightarrow z_C = 2i$$

2)a)  $(1 + i)$  est solution de (E)  $\Leftrightarrow (1 + i)^2 + ib(1 + i) - 2 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{2 - 2i}{-(1 - i)} = -2$

b)  $z^2 - 2iz - 2 = 0, \quad \Delta' = 1$   
 $S_C = \{z_1 = 1 + i; z_2 = -1 + i\}$

## Exercice 2 :

✓ **Contenu :** Fonctions numériques d'une variable réelle.

✓ **Aptitudes visées :** Exploiter un tableau de variation pour : donner des asymptotes; le signe d'une fonction, des solutions d'une équation, tracer la courbe d'une fonction.

1) a) Vrai    b) Vrai    c) Vrai    d) Faux

2)

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	+		-

3) a)  $D_g = \{x \in D_f / |f(x)| \neq 0\}$

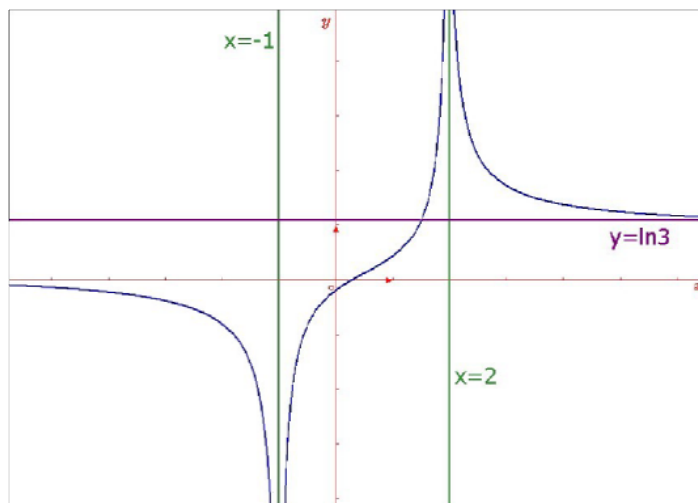
Or  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  et  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

d'où  $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

b)

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$g'(x)$	-		+	-
$g(x)$	0	↘	↗	↘
	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
			$\ln 3$	

c)



### Exercice 3 :

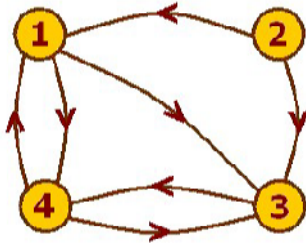
✓ **Contenu :** Graphes orientés.

✓ **Aptitudes visées :** Reconnaître un graphe à partir de sa matrice associée, reconnaître une chaîne eulérienne.

1)a) Trois arcs ;  $\sum_{i=1}^4 a_{i3} = 3$  (arcs entrants)

b) Un seul arc ;  $\sum_{j=1}^4 a_{3j} = 1$  (arcs sortants)

2)



3)  $(2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)$

$(2) \rightarrow (1) \rightarrow (4) \rightarrow (1)$

### Exercice 4 :

✓ **Contenu :** Arithmétique : résolution des équations du type :  $ax+by=c$

✓ **Aptitudes visées :** Connaître et utiliser les propriétés de la divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ ,

Calculer le pgcd de deux entiers, reconnaître que deux entiers sont premiers entre eux, résoudre dans  $\mathbb{Z}^2$ , des équations du type :  $ax+by=c$ .

1)a)  $11 \times 2 - 5 \times 4 = 2$

b)  $\begin{cases} 11x - 5y = 2 \\ 11 \times 2 - 5 \times 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow 11(x - 2) = 5(y - 4)$

c)  $11 \wedge 5 = 1$  donc  $(x - 2) = 5k \Leftrightarrow x = 2 + 5k$  et  $y = 4 + 11k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$S_{\mathbb{Z}^2} = \{(2 + 5k, 4 + 11k), k \in \mathbb{Z}\}$$

2)a)  $7a - 5b = 35n + 14 - 35n - 25 = -11$

PGCD( $a, b$ ) divise  $-11$  d'où PGCD( $a, b$ ) = 1 ou PGCD( $a, b$ ) = 11

b)  $\begin{cases} 11 \text{ divise } a \\ 11 \text{ divise } b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11a' \\ b = 11b' \end{cases} \text{ (PGCD}(a', b') = 1) \Leftrightarrow 5n + 2 = 11a' \Leftrightarrow 11a' - 5n = 2$

d'après 1)  $a' = 2 + 5k, n = 4 + 11k$   $k \in \mathbb{Z}$

$a = 11a' = 22 + 55k, b = 7n + 5 = 7(4 + 11k) + 5 = 77k + 33$   $k \in \mathbb{Z}$

$$S_{\mathbb{Z}^2} = \{(22 + 55k, 33 + 77k), k \in \mathbb{Z}\}$$