SESSION DE CONTROLE

REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION
***
EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2008
***

ANCIEN REGIME

SECTIONS : SCIENCES EXPERIMENTALES + TECHNIQUE
EPREUVE : MATHEMATIQUES DUREE : 3 h COEF. : 3

**Exercice 1 : ( 5 points )**

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points

$A(0, -2, 0)$, $B(\sqrt{3}, 1, 0)$ et $C(-\sqrt{3}, 1, 0)$.

1) Montrer que le triangle ABC est équilatéral de centre O.
2) Soit le point $D(0, 0, 2\sqrt{2})$
   a – Montrer que les points A, B et D ne sont pas alignés.
   b – Soit S la sphère de centre O et de rayon OC. Les points A, B et D sont-ils des points de S ?
3) Soit H le point du plan (ABD) défini par $\overrightarrow{AH} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{9}\overrightarrow{AD}$.
   a – Déterminer les coordonnées de H dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
   b – Vérifier que (OH) est perpendiculaire au plan (ABD).
   c – Déduire l'intersection de la sphère S avec le plan (ABD).

**Exercice 2 : ( 5 points )**

Une urne contient neuf jetons numérotés de 1 à 9. Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.

1) On considère les événements suivants :
   A : « Obtenir trois jetons portant des numéros de même parité ».
   B : « Au moins un des trois jetons tirés porte un numéro pair ».
   a – Calculer la probabilité de l'événement A.
   b – Montrer que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{37}{42}$

2) On désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de jetons tirés portant un numéro pair.
   a – Déterminer la loi de probabilité de X
   b – Calculer l'espérance mathématique de X.

3) On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant les trois jetons dans l'urne après chaque tirage.
   Calculer la probabilité de l'événement suivant :
   C : « B est réalisé au moins une fois ».

**Problème : (10 points )**

I – Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x} - 2x$

1) Etudier les variations de la fonction g.
2) En déduire que pour tout réel x, on a : $g(x) \geqslant 1$.

II – On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - 2x^2$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a – Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = 2\,g(x)$.
   b – Dresser le tableau de variation de f.

2) Soit I le point de $(\mathscr{C})$ d'abscisse 0.
   a – Montrer que I est un point d'inflexion de $(\mathscr{C})$.
   b – Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point I.

3) Soit $\varphi$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = f(x) - x$.
   a – Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $\varphi'(x) \geqslant 1$. En déduire les variations de $\varphi$.
   b – Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique $\alpha$ et que $\alpha$ vérifie : $-1 < \alpha < 0$.

4) Soit $(\Delta)$ la droite d'équation $y = x$.
   Etudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à $(\Delta)$.

5) a – Etudier les branches infinies de la courbe $(\mathscr{C})$.
   b – Tracer $(\Delta)$, (T) et $(\mathscr{C})$. ( On prendra : $\alpha \simeq -0{,}65$ )

6) a – Montrer que la fonction f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
   b – Tracer dans le même repère la courbe $(\mathscr{C}')$ représentative de la fonction réciproque de f.

7) On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire du domaine limité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite $(\Delta)$ et les droites d'équations respectives $x = \alpha$ et $x = 0$.
   a – Calculer $\mathscr{A}$.
   b – Montrer que $\mathscr{A} = \dfrac{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 3}{6}$