RÉPUBLIQUE TUNISIENNE **MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION** **EXAMEN DU BACCALAURÉAT**	**Session 2019**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Lettres**
	Durée : **1h 30**	

Le sujet comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.

Exercice 1 : (6 points)

Soit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \text{ ; pour tout } n \geq 0 \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.

   b) Montrer que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n - 6$ pour tout $n \geq 0$.

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $(\frac{1}{2})$ et de premier terme $V_0 = -4$.

   b) Exprimer V_n en fonction de n.

3) a) Vérifier que pour tout $n \geq 0$, $U_n = -4\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6$.

   b) Calculer alors la limite de la suite (U_n).

Exercice 2 :(7 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-2, +\infty[$ par $f(x) = \ln(\frac{1}{2}x+1)$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Vérifier que $f(6) = \ln(4)$ et $f(-1) = -\ln(2)$.

2) Montrer que $\lim\limits_{x \to (-2)^+} f(x) = -\infty$ et déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

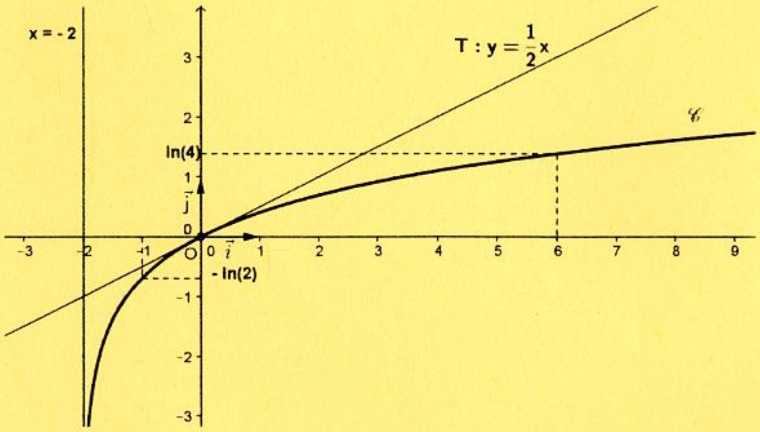
3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{1}{x+2}$ pour tout x de l'intervalle $]-2, +\infty[$.

   b) Déterminer $f'(0)$.

   c) Vérifier qu'une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0

   est $y = \frac{1}{2}x$.

4) Dans la figure ci-contre, on a tracé la courbe $\mathscr{C}$, la tangente T au point d'abscisse 0 et la droite d'équation $x = -2$



En utilisant le graphique :

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Préciser le signe de la fonction f sur chacun des intervalles $]-2, 0]$ et $[0, +\infty[$.

c) Résoudre dans $]-2, +\infty[$, $-\ln(2) \le f(x) \le \ln(4)$.

Exercice 3 : (7 points)

Un sac contient 7 jetons qui portent chacun une lettre de l'alphabet,quatre consonnes et trois voyelles. Les jetons sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard, 3 jetons du sac.

1) Vérifier que le nombre de tirages possibles est 35.

2) On considère les événements suivants :

C : « Obtenir 3 jetons qui portent trois consonnes ».

V : « Obtenir 3 jetons qui portent trois voyelles ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements C et V.

b) Justifier que $C \cap V = \varnothing$.

c) En déduire que $p(C \cup V) = \frac{1}{7}$.

3) Soit l'événement S : « Obtenir 3 jetons consonnes ou 3 jetons voyelles ».

a) Justifier que $p(\bar{S}) = \frac{6}{7}$.

b) On répète l'épreuve précédente 5 fois de suite, en remettant à chaque fois les trois jetons tirés dans le sac.

Soit l'événement E : « Réaliser l'événement S exactement 2 fois »

L'une des trois propositions suivantes est vraie. Laquelle ?

i) $p(E) = 1 - C_5^2(\frac{1}{7})^2(\frac{6}{7})^3$ ii) $p(E) = C_5^2(\frac{1}{7})^2(\frac{6}{7})^3$ iii) $p(E) = (\frac{1}{7})^2(\frac{6}{7})^3$