RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ●●○●● **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** SESSION **2017**	Épreuve : **Mathématiques** Section : **Sciences de l'informatique** Durée : 3h — Coefficient : 3 **Session principale**

Exercice 1 (4 points)

1) On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2-2(1+i)z+3-2i=0$

   a) Vérifier que $(1+2i)^2=-3+4i$

   b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).

2) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A=-i$, $z_B=3$, $z_C=2+3i$ et $z_D=-1+2i$

   a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

   b) Calculer $|z_C-z_A|$ et $|z_D-z_B|$

   c) Calculer $(z_C-z_A)(\overline{z_D-z_B})$

   d) Déduire que ABCD est un carré et calculer son aire.

Exercice 2 (4 points)

1) On considère la fonction g définie sur $]0\,,\,+\infty[$ par $g(x)=x^2+1-\ln x$

   a) Etudier les variations de g sur $]0\,,\,+\infty[$

   b) En déduire le signe de g sur $]0\,,\,+\infty[$

2) On considère la fonction f définie sur $]0\,,\,+\infty[$ par $f(x)=x-1+\dfrac{\ln x}{x}$

   On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 3 cm

   a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x+1)$. Interpréter graphiquement ce résultat

   c) Montrer que pour tout $x\in\,]0\,,\,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

   d) Dresser le tableau de variations de f

   e) Préciser la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à son asymptote et tracer $\mathcal{C}$

3) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, les droites d'équation $x=1$; $x=2$ et $y=x-1$.

Exercice 3 (6 points)

On donne les matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ -1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

1) a) Montrer que la matrice A est inversible

b) Calculer $A\times B$ et en déduire A^{-1} la matrice inverse de A

2) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i},\vec{j})$

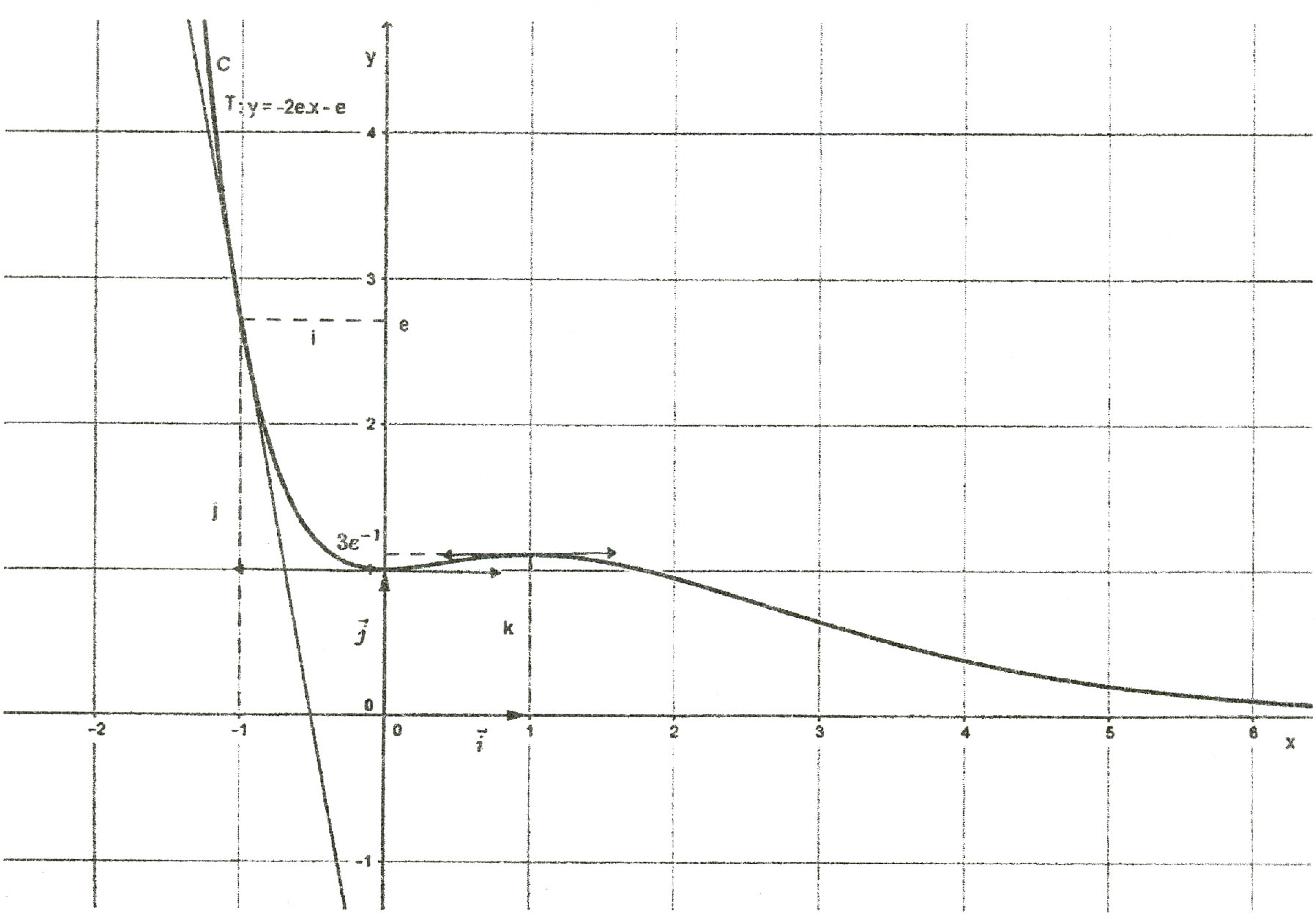
La courbe C représentée ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, elle admet :

- Une branche parabolique de direction $(O\ ;\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$
- Une asymptote horizontale d'équation y = 0 au voisinage de $+\infty$
- Deux tangentes horizontales aux points d'abscisses 0 et 1
- La tangente T au point d'abscisse – 1 a pour équation $y=-2e\,x-e$

A l'aide du graphique et des renseignements fournis donner :

a) $f(1)$; $f(-1)$ et $f'(-1)$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$



3) On suppose que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$ où a, b, c sont des réels

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \left(-ax^2+(2a-b)x+(b-c)\right)e^{-x}$

b) Montrer que les réels a, b et c vérifient le système

$$(S) : \begin{cases} a+b+c = 3 \\ a-b+c = 1 \\ -3a+2b-c=-2 \end{cases}$$

c) Ecrire le système (S) sous forme matricielle et en déduire l'expression de $f(x)$

4) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(-x^2-3x-4\right)e^{-x}$

a) Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

Exercice 4 (6 points)

1) a) Compléter le tableau suivant :

r	0	1	2	3	4
Le reste de la division euclidienne de 2^r par 5					
Le reste de la division euclidienne de 3^r par 5					
Le reste de la division euclidienne de 2^r+3^r par 5					

b) En déduire que pour tout entier naturel q, $2^{4q} \equiv 1[5]$ et $3^{4q} \equiv 1[5]$

2) Pour tout entier naturel $k \geq 1$, notons r le reste de la division euclidienne de k par 4.

a) Quelles sont les valeurs possibles de r ?

b) Donner, selon la valeur de r, le reste de la division euclidienne de 2^k+3^k par 5

3) a) Vérifier que pour tout entier naturel $k \geq 1$, 2^k+3^k est impair

b) Donner suivant les valeurs de k, le chiffre des unités de 2^k+3^k

4) Quel est le chiffre des unités de $2^{2017}+3^{2017}$?