

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b> <b>SESSION DE JUIN 2013</b>	Epreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>
	Durée : 2 h
	Coefficient : 1
Section : <b>Sport</b>	<b>SESSION PRINCIPALE</b>

Le sujet comporte trois pages. La page 3/3 est à rendre avec la feuille de copie.

**Exercice1** (6points)

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} U_0 = 8 \\ 4U_{n+1} - 3U_n = 4 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n > 4$ .

b- Montrer alors que la suite  $(U_n)$  est décroissante.

c- En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente.

3) Soit  $(V_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - 4$ .

a- Vérifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $4V_{n+1} - 3V_n = 0$ .

b- Déterminer alors la nature de la suite  $(V_n)$  et préciser sa limite.

4) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

**Exercice2** (5points)

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher dont 4 vertes, 4 bleues et 2 jaunes.

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

On désigne par A, B et C les évènements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de même couleur ».

B : « Obtenir exactement une boule jaune ».

C : « Exactement deux couleurs restent dans l'urne ».

1) a- Vérifier que  $p(A) = \frac{1}{15}$ .

b- Définir  $\bar{A}$  l'évènement contraire de A et calculer  $p(\bar{A})$ .

2) a- Calculer  $p(B)$  et  $p(C)$ .

b- Déduire la probabilité de l'évènement E « Obtenir au moins une boule jaune ».

3) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de couleurs obtenues.

a- Vérifier que  $p(X=2)=\frac{2}{3}$

b- Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

$X_i$		2	
$p(X=X_i)$		$\frac{2}{3}$	

**Exercice3** (5 points)

1) Soit f la fonction définie sur  $]0,+\infty[$  par  $f(x) = \text{Log}\left(\frac{2+x}{2x}\right)$  et ( $\Gamma$ ) sa représentation graphique selon un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b- Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\text{Log}(2)$  et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a- Montrer que pour tout  $x \in ]0,+\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{-2}{x(x+2)}$ .

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe ( $\Gamma$ ) au point d'abscisse 2.

d- Tracer (T) et ( $\Gamma$ ).

**Exercice4** (4 points)

Dans la feuille jointe (**à rendre**), on a représenté selon un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan la courbe (C) de la fonction g définie sur l'intervalle  $I = [-1,3]$  par  $g(x) = e^{-x} - 2$  et la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$ .

1) a- Justifier par lecture graphique que la fonction g réalise une bijection de I sur son image qu'on note J.

b- Préciser J.

c- Construire dans le même repère la courbe (C') de  $g^{-1}$ .  
( $g^{-1}$  désigne la fonction réciproque de g)

2) Calculer l'aire du domaine ombré.

Epreuve : mathématiques - section : sport

Feuille à rendre avec la copie

